



O'zbekiston Respublikasi
Oliy ta'lim, fan va
innovatsiyalar vazirligi



Andijon
davlat
universiteti

**ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI MATEMATIKA VA
MEXANIKA FAKULTETI MATEMATIKA TA'LIM
YO'NALISHI 4-KURS 1-GURUH TALABASI
A'ZAMOV HAYOTULLONING
BITIRUV MALAKAVIY ISHI**

**“DIFFERENSIAL O'YINLARDA PARALLEL YAQINLASHISH STRAT
EGIYALARI”**

Ilmiy rahbar: f.-m.f.b.f.d., (PhD) A.X. Akbarov

□ Differensial o'yinlarda parallel yaqinlashish strategiyalari.

□ MUNDARIJA

□ KIRISH

□ I bob. Differensial tenglamalar va differensial o'yinlar haqida tushuncha.

□ § 1.1. Birinchi tartibli differensial tenglamalar haqida asosiy tushunchalar.

□ § 1.2. Differensial o'yinlar nazariyasi haqida tushuncha.

□ § 1.3. Differentsial o'yinlarda masalalarning qo'yilishi.

□ II bob. Differensial o'yinlarda parallel yaqinlashish strategiyalari va uning geometrik ma'nosi.

□ § 2.1. Differensial o'yinlar nazariyasi va ularda strategiyalarning berilishi.

□ § 2.2. Birinchi tartibli differensial o'yinlarda parallel quvish strategiyasini qurish.

□ § 2.3. Birinchi tartibli geometrik chegaralanishli differensial o'yinlarda quvish va qochish masalalari .

□ XULOSA

□ ADABIYOTLAR RO'YXATI

Ishning dolzarbligi:



Differensial o'yinlarni dastlab amerikalik matematik R.Ayzeks 1950-yillarda nazariya sifatida o'rgandi va o'zining "Differensial o'yinlar" nomli monografiyasini 1965-yilda nashr qildi. Ushbu monografiyada ko'plab differensial o'yin masalalariga keltiriladigan muayyan model masalalarining tahlillari keltirilgan va ularning batafsil yechimlari ko'rsatilgan. Ammo bu kitobdagi materiallarning asosiy mazmuni "RAND" korporatsiyasining 1951 yildan 1954 yillargacha bo'lgan davrdagi yashirin nashrlarida e'lon qilingan. Bu sohadagi ishlar Rossiyada 1960 yillarda amalga oshirilgan bo'lib dastlabki olingan ilmiy natijalar L.S.Pontryagin, N.N. Krasovskiy, L.A.Petrosyan kabi olimlar nomi bilan

bog'langan.



□ Differensial o'yinlar nazariyasida tutish masalalarni yechishda eng ommalashgan usullardan biri parallel yaqinlashish strategiyasidir. Sodda harakatli quvish differensial o'yinlarda esa quvish masalasini yechishda quvuvchining parallel yaqinlashish strategiyasining sistematik asosda qurilishi L.A.Petrosyan [2] tomonidan berilgan bo'lib, bu strategiya P- strategiya (Petrosyan strategiyasi) deb ham nomlanadi. L.A.Petrosyan [3,4] bu usulni qo'llab, R.Ayzeksning "qutilish chizig'i" haqidagi 9.5.1 masalasini hal etgan.

□ Differensial o'yinlar nazariyasi O'zbekistonda ham marhum akademik N.Yu.Satimov tashkil etgan ilmiy maktabining asosiy ilmiy tadqiqotlar mavzusi sifatida o'rin olganligi jahon matematiklar ommasiga yaxshi ma'lum. Hozirgi kunda ushbu ilmiy maktabga akademik A.Azamov rahbarlik qilib kelmoqda.

Ishning maqsad va vazifalari:

- Differensial o'yinlar nazariyasining kelib chiqishi, masalalarining qo'yilishi, bir qator sodda masalalarning yechilishi, shuningdek sodda harakatli differensial o'yinlarda quvlovchining strategiyasiga eng ommalashgan usullardan biri parallel yaqinlashish strategiyasini qo'llash ko'nikmasini shakllantirishdan iborat.

Ishning ob'ekti va predmeti:

- Differensial o'yinlar nazariyasining kelib chiqishi, masalalarining qo'yilishi, hamda differensial o'yinlarda parallel yaqinlashish strategiyalari va uning geometrik ma'nosining nazariy asoslari va amaliy qo'llanilishi.

Ishning ilmiy yangiligi:

- Differensial o'yinlar nazariyasida qo'yilgan masalalarni hal etish uchun eng ommalashganlaridan biri parallel yaqimlashish strategiyasi yordamida yechish metodi chuqur tahlil qilinadi.

Ishning tuzilishi:

- BMI kirish, 2 ta bob, 6 ta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, 58 betni tashkil etadi.

I. BOB. DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA DIFFERENSIAL O'YINLAR HAQIDA TUSHUNCHA

1.1-§. Birinchi tartibli differensial tenglamalar haqida asosiy tushunchalar.

Ushbu

$$F(x, y, y') = 0 \quad (1)$$

tenglama birinchi tartibli hosilaga nisbatan yechilmagan oddiy differensial tenglama deb ataladi. Bunda x – erkli o'zgaruvchi, y – uning noma'lum funksiyasi, $y' = \frac{dy}{dx}$ esa noma'lum funksiyaning hosilasi. (1) tenglama uchta

x, y , va y' o'zgaruvchini bog'laydi. Ba'zi hollarda bu tenglama y' ni x va y ning funksiyasi sifatida aniqlaydi. Bu holda (1) tenglama ushbu

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2)$$

differensial tenglamaga teng kuchli bo'ladi. Bu tenglama, odatda, hosilaga nisbatan yechilgan deyiladi. Endi (2) da $f(x, y)$ funksiya Γ sohada berilgan deb qaraymiz.

Ta'rif 1. (2) tenglama berilgan bo'lib, unda $f(x, y)$ funksiya R^2 tekislikning Γ sohasida aniqlangan bo'lsin. Agar I (ochiq, yopiq yoki yarim ochiq) intervalda aniqlangan $y = \varphi(x)$ funksiya uchun quyidagi uch shart

$$1^0. (x, \varphi(x)) \in \Gamma, \Gamma \subset R^2, x \in I,$$

$$2^0. \varphi(x) \in C^1(I),$$

$$3^0. \frac{d\varphi(x)}{dx} = f(x, \varphi(x)), x \in I$$

bajarilsa, u holda bu funksiya I intervalda (2) differensial tenglamaning yechimi deyiladi.

(2) differensial tenglamaning har bir $y = \varphi(x)$ yechimiga mos kelgan egri chiziq (ya'ni $y = \varphi(x)$ funksiyaning grafigi) shu tenglamaning integral egri chizig'i deyiladi.

1.2-§. Differensial o'yinlar nazariyasi haqida tushuncha.

Vaqtning har bir t momentida holati n o'lchamli R^n -Evklid fazosida berilgan $x(t)$ va $y(t)$ nuqtalar bilan harakterlanadigan ikkita boshqariladigan obyektlarni qaraymiz. Bu obyektlarning harakat tenglamalari mos ravishda

$$\frac{dx}{dt} = f(x; u), x(0) = x_0 \quad (3)$$

va

$$\frac{dy}{dt} = g(x; v), y(0) = y_0 \quad (4)$$

oddiy differensial tenglamalar bilan berilgan bo'lib, bu yerda u va v boshqaruv parametrlari chekli o'lchovli funksiyalar bo'lib, vaqtning har bir t momentida o'z qiymatlarini mos ravishda oldindan berilgan P va Q to'plamlardan qabul qiladi, ya'ni

$$u = u(t) \in P, \quad v = v(t) \in Q, t \geq 0 \quad (5)$$

Differensial o'yinlarda odatda $u = u(t)$, $v = v(t)$ o'lchovli funksiyalar bo'ladi.

$x(0) = x_0$ va $y(0) = y_0$ nuqtalar, P va Q obyektlarning vaqtining $t = 0$ momentidagi boshlang'ich holatlari bo'lib, $x_0 \neq y_0$ bo'lsin.

(3) va (4) tenglamalarga ma'lum $u = u(t)$, $v = v(t)$ funksiyalar qo'yilsa, bu tenglamalar odatdagi oddiy differensial tenglamalar ko'rinishini oladi, hamda mos ravishda ularning $x(t)$ va $y(t)$ yechimlari esa bo'laslikli silliq yoki absolyut uzluksiz funksiyalar bo'ladi.

Bundan tashqari R^n fazoda terminal to'plam deb nomlanuvchi M to'plam qaraladi. Kelgusida $u = u(t)$ funksiya birinchi o'yinchining, $v = v(t)$ funksiya esa ikkinchi o'yinchining strategiyasi deb nomlanadi. Agar vaqtning qandaydir $t = 0$ momentida $x(t) - y(t)$ nuqta M to'plamga kelib tushsa, quvish (ta'qib etish) masalasi yakunlangan deb hisoblanadi. x obyekt birinchi obyekt yoki quvuvchi (ta'qib qiluvchi) obyekt deb, y obyekt esa ikkinchi obyekt yoki qochuvchi obyekt deb nomlanadi.



Birinchi obyektning asosiy maqsadi $x(t) - y(t)$ nuqtani eng qisqa vaqt ichida M to'plamga tushirish bo'lsa, ikkinchi obyektning asosiy maqsadi $x(t) - y(t)$ nuqtani M to'plamga tushirmaslik, agar buning imkoniyati bo'lmasa, M to'plamga tushish vaqtini katta bo'lishni ta'minlashdan, ya'ni o'yin nihoyasiga yetish vaqtini uzaytirishdan iborat.

Bu maqsadlar uchun quvuvchi va qochuvchi obyektlar o'z strategiyalarini (5) cheklanishlar bo'yicha tanlaydilar. Quvuvchi obyekt o'z strategiyasini qurishda har ikkala obyektning texnik imkoniyatlaridan ((3) va (4) tenglamalar, P va Q to'plamlar) va vaqtning har bir momentida har ikkala obyektning holatidan (joylashuvidan), ba'zan esa qochuvchi obyektning $v = v(t)$ strategiyasidan foydalanishi mumkin, ammo unga qochuvchi obyektning kelgusidagi harakati no'malumdir.

II-BOB. DIFFERENSIAL O'YINLARDA PARALLEL YAQINLASHISH STRATEGIYALARI VA UNING GEOMETRIK MA'NOSI

2.1-§. Differensial o'yinlar nazariyasi va ularda strategiyalarning berilishi.

Differensial o'yin masalasi deb, quyidagi shart asosida berilgan masalaga aytamiz:

1) O'yin fazosi. Differensial o'yinlarda o'yin fazosi deb, n o'lchovli Yevklid fazosiga aytiladi. Ya'ni $R^n = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n): x_i \in R, i = 1 \dots n\}$. Bu $n=1$ da haqiqiy son o'qi, $n=2$ da tekislik, $n=3$ da uch o'lchovli fazo. Yevklid fazosida ikkita nuqta orasidagi masofa

$P(x, y) = |x - y| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$ ga teng. Skalyar ko'paytma

$(x, y) = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$ yoki $(x, y) = |x| |y| \cos(x \wedge y)$ bunda $x \wedge y$ — x va y vektorlar orasidagi burchak va ular uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

$$|x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}, \quad |y| = \sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}.$$

2) O'yin ishtirokchilari soni. Agar ikkita o'zaro qarama-qarshi obyektlar berilgan bo'lsa, u holda bir o'yinchilik differensial o'yin deyiladi. Agarda bir tomonda n ta ikkinchi tomonda m ta obyekt ishtirok etsa, u holda ko'p o'yinchilik differensial o'yin deyiladi.

3) O'yin dinamikasi. Differensial o'yinlarda o'yin dinamikasi quyidagicha differensial tenglama orqali beriladi

$$\mathfrak{J}^k \begin{cases} z(t_0) = z_0, \\ \dot{z} = F(z, u, v) \end{cases} \quad (6)$$

bu yerda, $z \in R^n$ n -o'lchovli fazodagi obyektlarni harakatini bildiruvchi vektor yoki holati.
 $u \in R^p$ - birinchi obyektning boshqaruv parametri. $v \in R^q$ - ikkinchi obyektning boshqaruv parametri.

4) O'yin maqsadi. Differensial o'yinlarda o'yin maqsadi deb, R^n fazodan tanlangan biror-bir M to'plamga aytiladi. $M \subset R^n$, $z_0 \notin M$. M to'plam terminal to'plam deyiladi. Agar (6) tenglama yechimi $z = z(t)$, $t \geq t_0$ berilgan yoki topilgan bo'lsa, birinchi obyekt bu trayektoriyani eng qisqa vaqtda M to'plamga keltirib tushirishi kerak. Ikkinchi obyekt esa $z(t)$ trayektoriyani $\forall t \geq t_0$ da M to'plamga tushirmasligi kerak.

$\mathfrak{J}^k$

5) Boshqaruv funksiyalarining berilishi. Differensial o'yinlarda boshqaruv parametri u va v . Bu parametrlar o'yinlar nazariyasida turlicha beriladi.

a) Programmaviy boshqaruv. Bunda har bir boshqaruv funksiyasi faqat t ga bog'liq bo'ladi, ya'ni $u = u(t)$, $v = v(t)$, $t \geq t_0$.

b) Bunda bir paytda boshqaruv funksiyalari quyidagicha:

$$u = u(t, v), v = v(t) \text{ yoki } u = u(t), v = v(t, u).$$

c) Pozitsion strategiya (holat strategiyasi): $u = u(t, z)$, $v = v(t, z)$

boshqaruvlar bevosita holat trayektoriyasiga bog'liq bo'ladi.

d) To'liq informatsiyali strategiya: $u = u(t, v, z)$ va $v = v(t, z)$ yoki

$$u = u(t, z) \text{ va } v = v(t, z, u)_{\mathfrak{Z}_k}$$

e) Kechikkan informatsiyali strtegiya:

$$u = u(t - \varepsilon, z), v = v(t, z), u = u(t, z), v = v(t - \varepsilon, z),$$

$$u = u(t - \varepsilon_1, z), v = v(t - \varepsilon_2, z)$$

2.2-§. Birinchi tartibli differensial o‘yinlarda parallel quvish strategiyasini qurish

R^n fazoda ikkita obyekt ya’ni P -quvlovchi va E -qochuvchi harakatlanib ularning harakati inersiyasiz bo‘lib ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy tomonga qarab harakat trayektoriyasini o‘zgartirishi mumkin. Agar quvlovchining tezligi u ga teng, qochuvchining tezligi v ga teng bo‘lib, bu tezliklarning kattaligi mos ravishda α va β sonlaridan katta bo‘lmasa, ularning $\mathfrak{g}^k$ harakat dinamikasi quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$P: \begin{cases} \dot{x} = u, \\ x(0) = x_0, \end{cases} \quad (7)$$

$$E: \begin{cases} \dot{y} = v, \\ y(0) = y_0, \end{cases} \quad (8)$$

Bunda $y, u, v \in R^n$, $n \geq 1$, x_0, y_0 - obyektlarning $t = 0$ vaqtdagi holati, ya'ni boshlang'ich holati.

Tezliklar uchun quyidagi shartlar o'rinli:

$$|u| \leq \alpha, \quad (9)$$

$$|v| \leq \beta, \quad (10)$$

bu yerda $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$, $|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$.

Har bir t vaqtda u va v tezliklar vaqtga bo'g'liq ravishda o'zgaradi va bu o'zgarish funksiyasini o'lchanuvchi funksiyalar sinfidan tanlanadi. Barcha (9) shartni qanoatlantiruvchi $u(\cdot): [0 + \infty) \rightarrow R^n$ o'lchanuvchi funksiyalar to'plamini U_G bilan belgilaymiz. Barcha (10) shartni qanoatlantiruvchi

$v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow R^n$ o'lchanuvchi funksiyalar sinfini V_G deb belgilaymiz.



Quvish masalasini yechish uchun quvlovchi to‘liq informatsiyaga ega bo‘lishini talab qildik. Endi shu talab asosida quyidagicha harakatlanishni tavsiya etamiz. Faraz qilamiz, biror t vaqtda quvlovchi obyekt, qochuvchi obyekt nuqtada turibdi. Shu holatdan boshlab qochuvchi biror-bir yo‘nalishda o‘zgarmas tezlik bilan $v = \text{const}^{S^k}$ harakatlansin. Agar quvlovchi qochuvchini biror ω nuqtada kesib chiqib ushlasa ya’ni ω nuqtada obyektlar ustma-ust tushsa uning yo‘nalishini v , x va y ga nisbatan topamiz, bunda quyidagicha faraz qilamiz

$$|u| \leq \alpha, \quad |v| \leq \beta.$$

Bu yerda $z = x - y$ deb belgilaylik. T esa x nuqtadan ω nuqtagacha bo'lgan masofani bosib o'tish uchun ketgan bo'lsin. U holda

$$Tu = w - x, \quad Tv = w - y.$$

Vektorlarni qo'shish xossasiga ko'ra:

$$z + Tu = Tv, \quad Tu = Tv - z.$$

Yuqoridagi tenglikni ikki tomonini T ga bo'lamiz: $u = v - \frac{1}{T}z$, $\lambda = \frac{1}{T}$ deb belgilasak,

$$u = v - \lambda z \tag{11}$$

(11) ko'rinishda λ noma'lumni topish uchun tenglikni har ikki tomonini kvadratga ko'tarib $\alpha \geq \beta$ bo'lganda quyidagini topishimiz mumkin:

$$\langle u | u \rangle = \langle v - \lambda z | v - \lambda z \rangle = \langle v | v \rangle - 2\lambda \langle v | z \rangle + \lambda^2 \langle z | z \rangle$$

$$\lambda(v, z) = \frac{1}{|z|^2} \left[\langle v, z + v, z^2 - z^2(v^2 - \alpha^2) \rangle \right].$$

§ 2.3-Birinchi tartibli geometrik chegaralanishli differensial o‘yinlarda quvish va qochish masalalari.

Quvish masalasining ta’rifi.

Quvlovchi uchun shunday $u^*(\cdot) \in U_G$ funksiya topish kerakki, qochuvchi ixtiyoriy $v(\cdot) \in V_G$ funksiya tanlanganda ham berilgan boshlang‘ich holatdan biror chekli vaqtda quyidagi tenglik

$$x(t) = y(t)$$

o‘rinli.

Qochish masalasining ta’rifi.

Qulovchi uchun shunday v^* funksiya topish kerakki $\forall u(\cdot) \in U_G$ uchun berilgan boshlang‘ich holatdan $\forall t \geq 0$ da quyidagi

$$x(t) \neq y(t).$$

Biz yuqoridada quvlovchi uchun $\alpha > \beta$ holda quyidagi parallel quvish strategiyasini qurdik:

$$u(v, z_0) = v - \lambda(v, z_0)z_0. \quad (12)$$

Endi mana shu strategiyadan foydalanib biror chekli vaqtda quvlovchi o'yinni o'z foydasiga xal qilishini ko'rsatamiz .

Teorema 1 [12]. Agar $\alpha > \beta$ bo'lsa quvlovchi biror chekli t^* vaqtda (12) strategiya yordamida o'yinni yakunlash mumkin va tutish vaqti uchun quyidagi chegaralanish o'rinli

$$t^* = \frac{|z_0|}{\alpha - \beta}.$$

Endi qochish masalasini yechishni ko'rib chiqamiz. Qochish masalasini yechishda E quvlovchiga qochishni kafolatlaydigan alohida strategiya taklif qilamiz. Bunda P quvlovchi $\forall u(\cdot) \in U_G$ boshqaruv funksiya tanlaydi. Boshqacha qilib aytganda, quvlovchiga qochuvchi haqidagi ma'lumotlar berilmaydi.

Ta'rif 2.3.1. (7)-(10) qochish^{s_k} differensial o'yinda quyidagi funksiya qochuvchining strategiyasi deb ataladi:

$$v^*(t) = -\beta \xi_0, \quad \xi_0 = z_0 / |z_0| \quad (13)$$

Teorema 2.3.2 [12]. Agar (7)-(10) differensial o'yinda $\alpha \leq \beta$ bo'lsin, u holda qochuvchi (13) strategiya yordamida $[0, \infty)$ vaqt oralig'ida qochishni kafolatlaydi.

□ XULOSA

- Biz mazkur bitiruv malakaviy ishda differensial o'yinlar nazariyasining kelib chiqishi, differensial o'yilar masalalarining qo'yilishi, bir qator masalalarning yechilishi haqida ba'zi tasavvurlarga ega bo'ldik. Differensial o'yinlar nazariyasida o'yinchilarning strategiyalarini qurishda, elementar jihatdan eng tushunarlisi quvishning differensial o'yinlar nazariyasida keng qo'llaniladigan S^k quvvuvchi o'yinchining parallel yaqinlashish strategiyasi va uning tadbqiqidir. Bu strategiyani, uning geometrik ma'nosini, nima uchun parallel yaqinlashish strategiyasi deb nomlanishini sodda harakatli differensial o'yin uchun ko'rib chiqdik.



**BARCHA KAFEDRA
O'QITUVCHILARIGA
MINNATDORCHILIK BILDIRAMAN.
E'TIBORINGIZ UCHUN RAHMAT!!!**

